

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 9 februarie 2024

Clasa a V-a - Enunțuri

1. a) Dacă a este un număr natural oarecare demonstrați că ultima cifră a numărului a^4 este 0, 1, 5 sau 6.
 b) Demonstrați că nu există numere naturale x și y astfel încât $x^4 + y^4 = 2023$.

Gazeta Matematică Nr. 10/2023, supliment

2. La o librărie prețul unui pix este 5 lei și prețul unui stilou este 25 lei. Din această librărie am cumpărat 13 instrumente de scris în total.
 a) Explicați de ce suma cheltuită nu poate fi egală cu 150 lei.
 b) Câte stilouri am cumpărat dacă suma plătită a fost 145 lei ?

3. Un joc pe calculator afișează inițial 8 numere naturale consecutive. O *mutare* la acest joc presupune să alegem la întâmplare două numere diferite, la primul să adunăm 3 iar la al doilea să adunăm 4. După 30 de astfel de *mutări* suma numerelor afișate în acel moment pe ecran este 270. Determinați cele 8 numere afișate pe ecran la începutul jocului.

4. O pereche de numere naturale nenule $(a;b)$ se numește *pătratică* dacă $a < b$, a, b și $a+b$ sunt simultan pătrate perfecte.
 a) Dați exemplu de două perechi pătratice diferite.
 b) Demonstrați că nu există perechi pătratice formate doar cu numere impare.

NOTĂ

- Toate subiectele sunt obligatorii;
 - Fiecare subiect este notat cu 7 puncte;
 - Nu se acordă puncte din oficiu;
 - Punctajul minim de calificare la etapa județeană este de 14 puncte;
 - Timpul efectiv de lucru este de 3 ore din momentul primirii subiectului.
-